

Durner モデルの拡張による全圧力領域での不飽和透水係数推定 Extension of the Durner model to estimate unsaturated hydraulic conductivity in the entire pressure range

○幸喜 烈¹, 取出 伸夫², 斎藤 広隆¹

○Retsu KOKI¹, Nobuo TORIDE², Hirotaka SAITO^{1,3}

1. はじめに

不飽和土中水の圧力水頭 h に対する体積含水率 θ の関係式である水分保持関数 $\theta(h)$ (WRF) と h に対する不飽和透水係数関数 $K(h)$ (HCF) は不飽和水分移動の数値解析に不可欠である。特に WRF と HCF 推定モデル(e.g. Mualem, 1976)を組み合わせて導出された HCF は、WRF とパラメータを共有することで、少ないパラメータ数で測定困難な K の推定を可能にする。

一般的に砂質土などの $\theta(h)$ 実測値には土中水圧力状態に応じた水分保持形態の違いが現れるが、van Genuchten (VG) モデル(van Genuchten, 1980)を始めとした古典的な WRF は高/低圧力領域の水分保持特性を同時に表現できない。これに対し、VG モデル 2 つを線形結合させ、それぞれに高/低圧力領域での水分保持特性を表現させる Durner モデル(Durner, 1994)が用いられてきた。

毛管流れに基づく HCF 推定モデルには一般形が存在する(Kosugi, 1999)。

$$K_r(h) = S(h)^p \left[\frac{\int_0^{S(h)} h(S)^{-q} dS}{\int_0^1 h(S)^{-q} dS} \right]^r \quad (1)$$

ここで、 p, q, r はパラメータ、 K_r は比透水係数、 S は有効飽和度である。Durner モデルに基づく HCF の推定には Mualem モデル($q=1, r=2$)が用いられてきた。水分保持形態同様、水分移動形態は圧力領域毎に異なるが、 p のみでは各領域の HCF を独立に補正できず、低圧力領域において精度が低下する。これに対し、 p, r を共に変数とした場合は全圧力領域の K 実測値をよく再現した(Seki et al., 2023)。

本研究では HCF を圧力領域毎に補正することで全圧力領域における $K(h)$ の予測精度を向上させる手法の提案を目的として、HCF が常に満たす固定点 $(h, K_r) = (h_b, K_b)$ を導入する。圧力領域の境界における土中水圧力 h_b は WRF から一意的に定まり、また p, r は線形の関係式を満たす。固定点は p, r に対する高圧力領域 $0 > h > h_b$ における関数値変動を抑制し、低圧力領域 $h_b > h$ のみを変動させる。高圧力領域の形状は任意の値 K_b によって特徴づけられる。本研究は固定点導入の必要十分条件となる h_b および p, r 関係式を導出した後、固定点を導入した HCF 曲線群が圧力領域毎の HCF の補正が可能となったことを示す。

2. 手法

2.1. Durner モデル

Durner モデルの WRF は VG モデル 2 つをサブモデルとして線形結合させることで定義される(Durner, 1994)。

$$S(h) = wS_1(h) + (1 - w)S_2(h) \quad (2) \quad S_i(h) = [1 + |\alpha_i h|^{n_i}]^{-1 + \frac{1}{m_i}} \quad (3)$$

ここで、 $h(\text{cm})$ は土中水圧力水頭、 $S(-)$ は有効飽和度、下付き文字 i はサブモデルの番号、 $w(-)$ はサブモデル 1 の重み係数、 $\alpha_i(\text{cm}^{-1})$ 、 $n_i(-)$ はサブモデル i のパラメータである。 q は(1)式との

1. 東京農工大学 大学院 農学府 Faculty of Agriculture, Tokyo University of Agriculture and Technology

2. 三重大学 大学院 生物資源学研究科 Faculty of Bioresources, Mie University

キーワード：不飽和透水係数関数、Durner モデル、土壤水理特性モデル

共通パラメータであり、Mualem モデルより $q=1$ とした。

この q を用いた(1), (2), (3)式の結合により HCF が導出される(Priesack & Durner, 2006)。

$$\begin{cases} K_r(h) = S(h)^p \left[\frac{wA_1(h) + (1-w)A_2(h)}{w\alpha_1 + (1-w)\alpha_2} \right]^r \\ A_i(h) = \alpha_i \left\{ 1 - \left[1 - S_i(h)^{\frac{n_i}{n_i-1}} \right]^{1-\frac{1}{n_i}} \right\} \end{cases} \quad (4)$$

以降は r の底を $T(h)$ として簡略化する。

2.2. 固定点の導入

各領域の境界となる圧力 h_b は、 $S_1 h_b \approx 0$ および $S_2 h_b \approx 1$ と仮定することで以下の式を満たす h として算出できる。

$$S(h_b) = 1 - w \quad (5)$$

HCF が固定点 (h_b, K_b) を通るとき $K_r(h_b) = K_b$ であるため、(4)式より、

$$K_r(h_b) = S(h_b)^p T(h_b)^r \quad (6)$$

である。両辺対数をとり、 p, r 関係式を得る。

$$r = -p \left[\log_{T(h_b)} S(h_b) \right] + \log_{T(h_b)} K_b \quad (7)$$

これを(4)式に代入することで (h_b, K_b) を通る HCF の式を得る。

$$K_r(h) = S(h)^p T(h)^{-p[\log_{T(h_b)} S(h_b)] + \log_{T(h_b)} K_b} \quad (8)$$

3. 結果・考察

Gilat Loam(Mualem, 1976)の実測値に(2)式の WRF をフィッティングし、得られたパラメータと(6)式より $h_b=-111$ を得た(Figure 1)。 K_b が異なる 3 通りの固定点 (h_b, K_b) を(10)式に適用し、固定点毎に 3 通りの p を適用することで計 9 通りの HCF 曲線群を得た(Figure 2)。

2 つの固定点 $(0, 1), (h_b, K_b)$ の間の区間 $0 > h > h_b$ においては p に対する関数の応答は抑制され、 K_b の値によって形状が決定づけられる。一方、 K_b の値に依らず、任意の固定点を共有する HCF 曲線群は低圧力領域 $h_b > h$ において p の値が大きいほど勾配が緩やかになるという応答を示した。この結果は、固定点を導入した HCF は K_b によって高圧力領域が、 p によって低圧力領域がそれぞれ補正されることを意味する。

4. おわりに

本研究では p, r をパラメータとした HCF に固定点を導入することで、圧力領域毎に HCF を補正できることを示した。この手法は既往の Durner-Mualem モデルが有する低圧力領域における精度低下という課題を容易に解決する。今後は本モデルを用いた不飽和水分移動解析を実施し、広範な圧力領域における土中水移動を観察した実験データと比較することで、水分移動解析における性能の検証を行う。

引用文献

- Durner (1994), Water Resour. Res., **30**(2). 211-223; Kosugi (1999), SSSAJ, **63**(2). 270-277; Mualem (1976), Water Resour. Res., **32**(9). 2697-2703; Priesack & Durner (2006), VZJ, **5**(1). 121-124; Seki et al. (2023), J Hydrol Hydromech, **71**(1). 22-34; van Genuchten (1980), SSSAJ, **44**(5). 892-898

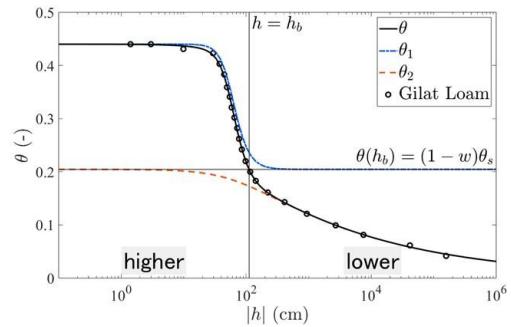


Figure 1. Gilat Loam の実測値にフィット

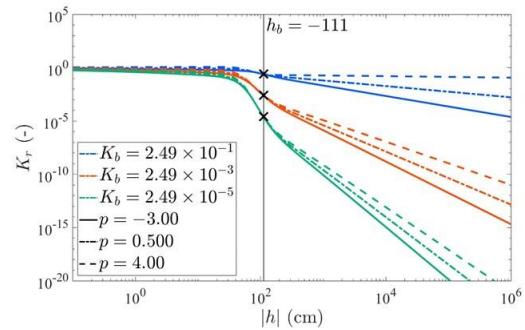


Figure 2. K_b が異なる 3 通りの固定点を導入した HCF 曲線群

The HCF curves introducing three different fixed points with different K_b